

# Seminář O Vědeckých Iniciativách Členů Kateder matematiky 230 a 310 VŠB-TUO

---

zve na nový cyklus přednášek

**prof. RNDr. Jaroslav Haslinger, DrSc.**

## **Základy matematické teorie konečných prvků**

Metoda konečných prvků (MKP) patří v dnešní době k nerozšířenějším metodám k numerickému řešení úloh matematické fyziky, zejména pak mechaniky tuhé, kapalné a plynné fáze. Je tomu tak díky své universálnosti a flexibilitě, které umožňují její užití v celé škále problémů. Počátek MKP v inženýrské praxi spadá do přelomu padesátých a šedesátých let minulého století, zatímco její teoretická (matematická) analýza započala zhruba o deset let později. K tomu, aby uživatel mohl plně využít všech předností MKP je důležité, aby měl alespoň základní představu o její podstatě a zároveň informace o vlastnostech a chování matematického modelu. Naopak, pouhé užití programů z existujících systémů jako „black box“ bez dalších znalostí nemusí vždy vést k uspokojivému výsledku.

Cílem tohoto cyklu přednášek je seznámit posluchače s matematickými základy MKP a to zejména s těmi, které mají bezprostřední vztah k jejímu praktickému užití. Cyklus přednášek bude zaměřen na tyto hlavní okruhy:

### **Aproximativní vlastnosti operátorů, zachovávajících polynomy jistého stupně**

Aplikace těchto výsledků vede (mezi jiným) k odhadu chyb Lagrangeovy, či Hermiteovy interpolace v normách prostorů, na nichž je problém definován. Jejím bezprostředním důsledkem je odhad chyby získaného numerického řešení v závislosti na normě dělení výpočtové oblasti na konečné prvky. Odtud a z informace o hladkosti řešení matematického modelu můžeme rozhodnout o užití vhodného konečného prvku.

## **Numerická integrace v MKP**

Protože MKP vychází z variační formulace problému, je třeba k odvození její diskrétní algebraické podoby počítat řadu integrálů (např. při sestavování matic tuhosti či hmotnosti, pro výpočet pravých stran a.j.) Tyto jsou počítány pomocí vhodných kvadraturních formulí. Protože numerická integrace vnáší do numerického procesu další chybu, je třeba umět ji odhadnout. Na základě těchto výsledků je možno zvolit optimální kvadraturní formule v závislosti na použitém konečném prvku a hladkosti řešení.

## **Metoda konečných prvků na obecných oblastech**

Standardní MKP je užívána na polygonálních oblastech v případě 2D nebo polyedrických v 3D úlohách, na nichž lze aplikovat trojúhelníkové nebo simplicialní konečné prvky. V případě oblastí s obecnou (křivou) hranicí nelze plného pokrytí pomocí trojúhelníků či simplexů dosáhnout. Jedna z možností, jak tuto překážku překonat při zachování optimálních výsledků je použití křivočarých konečných prvků.

Tento cyklus přednášek je vhodný pro všechny, kteří pracují s metodou konečných a mají zájem jít více do hloubky této problematiky. Je určen zejména doktorandům, protože pro mnohé to může být součástí předepsaných zkoušek.

---